

P法有限要素法による磁器製品の形状強化

倉地辰幸 荒木次夫 安井克幸 田中正洋

Design Study on Shape for Strengthening of Porcelain with Polynomial FEM

Tatsuyuki KURACHI, Tsugio ARAKI, Katsuyuki YASUI and Masahiro TANAKA

P法有限要素法線形静解析シミュレーションにより、磁器製品を形状面から強化する研究を行った。特に、静的な荷重に対する耐久性能だけでなく、衝撃荷重に対する耐久性能についても検討した。その結果、線形静解析によって磁器製品の衝撃強さを比較する手法を開発し、その手法を使って、茶碗についての強化形状を設計した。

また、有限要素法シミュレーションの応用として、皿を焼成する場合に生じる中央部の垂れ歪みを調整する型形状の作成方法を確立した。

1. 緒 言

磁器製品を強化するという場合、静的荷重に対する耐性と衝撃荷重に対する耐性の二つが考えられるが、物体に付加される外力が静的であろうと衝撃的であろうと、破壊という現象に本質的な違いはなく、その材料にとって耐えきれない引っ張り応力が生じたところから壊れるため、ある荷重条件と拘束条件を与えたときに生じる物体内の引っ張り応力の分布状態を明らかにすれば、強化のレベルは確実に評価できる。相違点は、静的荷重が実際に荷重を測定してその大小を比較しているのに対して、衝撃荷重ではそれが困難あるいは不可能であるため、通常では破壊に必要なエネルギーを測定し、そのエネルギー量の大小によって強度の比較を行っている点にある。なお、後で述べるように力を尺度とする衝撃破壊試験も存在するが、その場合でも力の絶対的な大きさを測定することはできない。

有限要素法線形静解析は、直接的には衝撃荷重のシミュレーションを行うことはできないが、磁器製品を初めとするセラミックスは脆性材料であるため、衝撃強度の比を、有限要素法線形静解析によって弾き出したシミュレーションデータから数値化することが可能である。今年度は、初めにこの数値化のための計算式を導出し、その式の有効性を検証するため簡単な実験を行い、次いで形状強化研究を行った。特に今回は茶碗を取り上げ、その強化を検討したが、総重量は製品の価値を評価する上での重要な要素であり、できる限り軽量であるべきことを考慮した。

また、皿などは焼成変形（自重による垂れ）を打ち消すため、あらかじめ石膏型を調整して成形体形状に変形分を考慮しておかなくてはならないが、現在のところ経験と勘と試行錯誤によって調整されているのが実状である。有限要素法シミュレーションの応用として、垂れ歪みを打ち消すための石膏型形状の調整方法を研究した。

2. 実験方法

2.1 衝撃強度比較理論式の実証試験

衝撃強度比較理論式の実証試験として、シャルピー試験器を使用して衝撃破壊試験を行った。試験体は全長100mmで、直径が3mmから1mm刻みで8mmまでのパイレックスガラス棒を10本ずつ用意した。試験器はシャルピー試験器（東京試験器製、Type.CI No.1）を使用した。支点間距離は60mmで、ハンマーの振り上げ角度は直径3mmのものが10度、残りは全て20度とした。

また、実験と同じ試験体形状について有限要素法により静解析を行い、理論的に導出した計算式に解析結果を入力して衝撃強さの比を算出した。そして、この理論値と実験データとを比較し、整合性を検討した。

シミュレーションを行うための解析ソフトウェアとしてP法有限要素法（クボタソリッドテクノロジー社製、MECHANICA Structure）を使用した。

2.2 茶碗の形状解析

茶碗を形状面から強化するために、形状を少しずつ変化させながら有限要素法解析シミュレーションを行った。茶碗形状の弱点はフチの部分であるため、フチの応力集中を緩和させるという基本方針を採った。

2.3 皿の焼成歪みのシミュレーション

皿は焼成すると重力による自重変形によって中央部に垂れ歪みを起こすため中央部を盛り上げて成形しなくてはならないが、どこをどれだけ盛り上げればよいかという明確な指針があるわけではない。

有限要素法によって焼成収縮を考慮に入れた焼成垂れの仮想実験を行い、実際焼成との整合化を図れば、皿の焼成垂れ歪みを打ち消すような成形体形状をコンピュータによって解析することが可能となる。

この方法を確立するためにシミュレーションを行い、実

際に解析形状通りの石膏型を作って鋳込み成形し、焼成実験を行った結果と比較した。

3. 実験結果及び考察

3.1 衝撃強度比較理論式の実証試験

衝撃強度比較理論式は、次のような考え方を基本として導出した。

①常温におけるセラミックスは、脆性材料であり、応力集中による破壊が生ずるまではフックの法則が成立し、応力がある限界を超えると一気に壊れる。

②衝撃強さは、破壊に必要なエネルギーを尺度として、その抵抗力を比較するものである。

③ある形状の物体にある拘束を与え、ある方向から荷重をかけるとすると、その物体は破壊されるまでは、あるバネ定数を持ったバネであると考えることができる。バネは力を加えると、 $E = -kx^2/2$ (k :バネ定数、 x :変位) という式で与えられるエネルギー E を弾性エネルギーとして蓄える。

④上式は力の大きさを問題としていない。問題は変位 x である。この変位を、実際の物体に対して測定することは非常に困難である。材料のヤング率が分かれば、どのような形状の物体に対しても、有限要素法シミュレーションによって変位を計算することが可能となる。

⑤バネに力を加えた場合、 $F = -kx$ (k :バネ定数、 x :変位) という式で与えられる力 F を反作用として生じるため、 F と x が分かれば、バネ定数 k を算出することができる。

⑥セラミックス A_1 と A_2 を想定し、任意の形状で材料特性値も任意であるとする。ある拘束条件と荷重方向を設定し、 A_1 にも A_2 にも同じ大きさの力 F_x をかける。このとき A_1 は荷重方向に D_1 、 A_2 は同じく D_2 の変位を生じるならば、両物体はバネ定数がそれぞれ $k_1 = F_x/D_1$ 、 $k_2 = F_x/D_2$ のバネであると考えることができる。その時 A_1 に生ずる最大引っ張り応力値が S_1 、 A_2 に生ずるそれが S_2 であるとする。

A_1 は F_1 の、 A_2 は F_2 の力をかけた時点で A_1 は荷重方向に x_1 、 A_2 は同じく x_2 の変位を生じ破壊に至るとすれば、破壊の直前までに両物体に蓄えられた弾性エネルギーは、 A_1 については $E_1 = -F_x x_1^2 / D_1 / 2$ であり、 A_2 については $E_2 = -F_x x_2^2 / D_2 / 2$ である。両者の比は、 $E_2/E_1 = (x_2^2/x_1^2) \times (D_1/D_2)$ となる。ここで、物体 A_1 は c_1 、 A_2 は c_2 の引っ張り応力が生ずると破壊に至るとする。これは材料の特性値である。 $c_1/x_1 = S_1/D_1$ 及び $c_2/x_2 = S_2/D_2$ が成立するため $x_2/x_1 = S_1 D_2 c_2 / S_2 D_1 c_1$ となり $E_2/E_1 = (S_1 D_2 c_2 / S_2 D_1 c_1)^2 \times (D_1/D_2)$ から $E_2/E_1 = (D_2/D_1) \times (S_1/S_2)^2 \times (c_2/c_1)^2$ が成立し、要約すると以下の式となる。

$$E_2/E_1 = (D_2/D_1) \times (S_1/S_2)^2 \times (c_2/c_1)^2$$

E : 吸収エネルギー (衝撃に耐える性能レベル)

D : 単位荷重を加えたとき、その荷重位置において荷重方向に生ずる変位の大きさ

S : 単位荷重を加えたときその物体に生じる最大引っ張り応力値

c : その材料が耐え得る引っ張り応力の限界値

なお、今回の実証試験では全ての試験体がパイレックスガラスであるため $c_2 = c_1$ が成立し、 $E_2/E_1 = (D_2/D_1) \times (S_1/S_2)^2$ となる。

この衝撃強度比較理論式に、有限要素法シミュレーションから得られた D 及び S の値を入力して比を算出したのが表1である。表中の数値は、縦軸の径のガラス棒が、横軸の径のガラス棒に対して何倍の耐衝撃性能を持っているかを示している。シャルピー試験では、単位面積あたりの破壊エネルギーとして通常断面積でエネルギーを除するが、ここでは振り子が破壊時に失ったエネルギーを比較した。

また、実際の実験結果については表2に示すとおりで、バラツキの大きい衝撃破壊試験にあって、シミュレーション結果とよく一致した。

表1 衝撃破壊シミュレーション

直径	8mm	7mm	6mm	5mm	4mm	3mm
8mm	1.0000	1.3095	1.8463	2.7517	4.1516	7.4369
7mm	0.7637	1.0000	1.4100	2.1014	3.1705	5.6794
6mm	0.5416	0.7092	1.0000	1.4904	2.2486	4.0280
5mm	0.3634	0.4759	0.6710	1.0000	1.5087	2.7026
4mm	0.2409	0.3154	0.4447	0.6628	1.0000	1.7913
3mm	0.1345	0.1761	0.2483	0.3700	0.5582	1.0000

表2 衝撃破壊実験

直径	8mm	7mm	6mm	5mm	4mm	3mm
8mm	1.0000	1.3198	1.8428	2.7656	4.1720	7.3743
7mm	0.7577	1.0000	1.3962	2.0954	3.1610	5.5873
6mm	0.5427	0.7162	1.0000	1.5008	2.2640	4.0017
5mm	0.3616	0.4772	0.6663	1.0000	1.5085	2.6665
4mm	0.2397	0.3164	0.4417	0.6629	1.0000	1.7676
3mm	0.1356	0.1790	0.2499	0.3750	0.5657	1.0000

3.2 茶碗の形状解析

茶碗の形状を改良して強度を向上させる場合、具体的にどのような強度試験による評価が考えられるかという、ひとつは鉄球を落下させたり振り上げたハンマー振り子を打ち当てる方式の衝撃試験がある。比較尺度は、破壊時に

失われるエネルギーであり、それが大きいほど強いという評価になる。この方法は定量的であるが、試験装置が必要であり、2つの茶碗を比較する場合、喪失エネルギーという尺度によって間接的に評価することになる。間接的というのは、本来破壊の第一原因は引っ張り応力の集中であり、それを生み出す外部からの力こそが、より直接的な破壊の尺度といえるものだからである。外部からの力がある大きさを示した瞬間、引っ張り応力が限界に達して亀裂が生じる。その時点で、茶碗を初めとする磁器製品は製品価値を失うわけであり、力を尺度にすればその瞬間を捉えることができる。それに対して喪失エネルギーを尺度とした場合、エネルギー損失には種々の要素があるゆえに誤差の入り込む危険も多く、破壊の瞬間を捉えることもできない。それにもかかわらず喪失エネルギーを破壊の尺度とするのは、衝撃破壊荷重を測定することが困難なためである。この試験のシミュレーションは、有限要素法解析に加えて衝撃強度比較理論式を使用しなくてはならない。

これに対して、もうひとつ非常に直接的で簡単な比較試験があり、実際によく用いられる。これは2つの茶碗をぶつけあわせて割れたり欠けたりした方が弱いという極めて単純な試験方法である。この試験方法は2個の茶碗がどのようなぶつかりあい方をしても、ぶつかりあったその点において作用反作用の法則が成立するため、荷重が必ず同じ大きさになることである。実際の試験においては、力の大きさを測定することができないため、茶碗を2つずつ取り上げて個別に強さを比較していくことしかできないが、シミュレーションにおいては同じ大きさの力を負荷して、単純に最大応力値を比較すればよい。この試験は破壊に必要なエネルギーを比較するわけではないため、2つの茶碗を衝撃的にぶつけあわせても衝撃強度比較理論式を使用する必要はなく、静的荷重と同じように、有限要素法解析の結果をそのまま利用すればよい。

表3は有限要素法シミュレーションと衝撃強度比較理論式によって、茶碗形状のうちで最も弱いポイントであるフチ部の形状と強さとの関係を算出したものである。load欄が破壊荷重を尺度とした強さの比較、energy欄が破壊時の吸収エネルギーを尺度とした強さの比較であり、数値が大きいほど壊れにくいことを示している。基準はL2201モデルのX方向である。各モデルの具体形状については、断面図1から断面図5に図示した。フチ部以外の形状は皆同じに設定してある。横矢印はX方向からの荷重設定位置を、縦矢印はY方向からの荷重設定位置を、それぞれ示している。また、表3には各モデルの重量比率もL2201モデルを基準として示した。

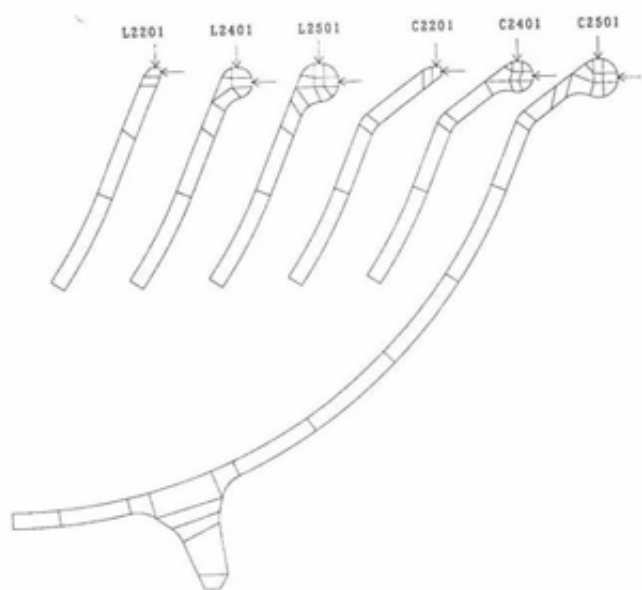
非常に重要な点は、単純に厚みを増した茶碗が強いわけではないということである。特に破壊時のエネルギー吸収を尺度として比較した場合、試験体が変形しにくいと、エネルギー吸収が行われにくくなるため、茶碗の本体が厚いと、欠けやすいという評価になる。断面図4に示すように厚い茶碗は本体部が変形しにくく、大きなエネルギー吸収が行われずに破損する。

さらに、厚くなれば自重が増加するため、落とした場合に壊れやすい。ただ、単純に全体を薄くするとフチが弱いままであるため、タマブチにしたりフチを押し広げたりして応力を分散させる工夫が望まれる。例えば断面図1で、基準形状であるL2201モデルに対してL2501のようなタマブチを付けるだけで2倍ぐらいの強さになる。タマブチの効果は大きい。また、特に水平方向(X方向)からの力に対して、屈曲させる(口を押し広げる)と屈曲点に応力が分散されるため、壊れにくくなる。

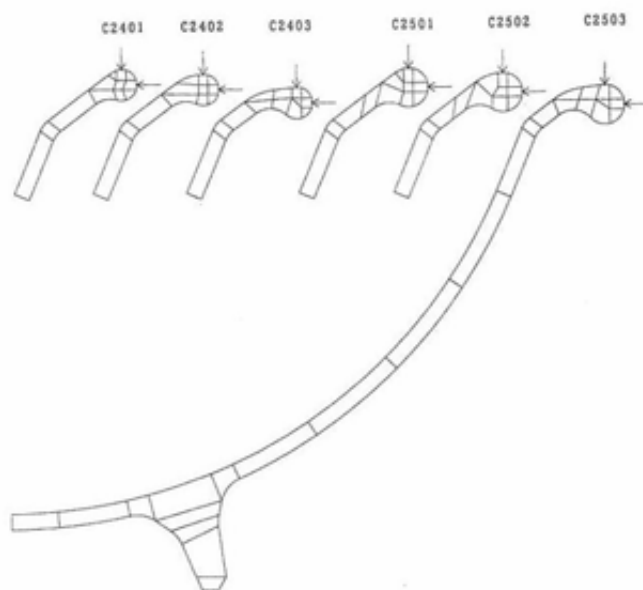
XとYの両方向について、load比較及びenergy比較共に強化された例としては、断面図4のC2501からC2503、断面図5のD2501からD2503の各形状があげられる。

表3 茶碗の形状と強さの関係

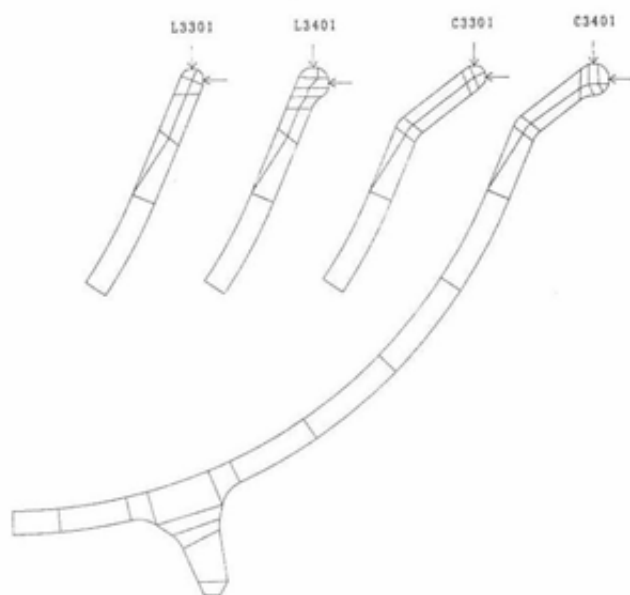
モデル名	load		energy		重量比率
	X方向	Y方向	X方向	Y方向	
L2201	1.0000	1.4745	1.0000	1.1392	1.0000
L2401	1.7007	1.7759	1.8540	1.2776	1.0483
L2501	2.2072	2.2726	2.2703	1.6481	1.1000
C2201	2.4403	0.8134	2.8559	0.2958	1.0510
C2401	3.4850	1.7861	3.4998	0.9098	1.1203
C2501	4.2937	2.5635	3.8579	1.4354	1.1760
L3301	2.1879	3.0232	1.6975	1.7695	1.4034
L3401	2.7297	2.8106	2.3443	1.4743	1.4265
C3301	3.8788	2.2128	3.1672	0.9409	1.4935
C3401	3.1073	2.5688	1.7042	1.1137	1.5241
L4401	3.8724	2.6655	2.4620	0.6572	1.8138
L4601	3.9005	3.2115	1.9370	0.8634	1.8891
C4401	2.4074	3.1735	0.6294	1.0139	1.9366
C4601	3.2587	2.9520	0.8157	0.6882	2.0349
C2401	3.4850	1.7861	3.4998	0.9098	1.1203
C2402	3.9108	1.9408	3.6871	0.9580	1.1306
C2403	4.5902	2.1222	3.7028	0.9764	1.1216
C2501	4.2937	2.5635	3.8579	1.4354	1.1760
C2502	4.6755	2.7878	3.9336	1.5425	1.1828
C2503	4.3859	3.1922	2.5152	1.7304	1.1792
D2401	3.7366	2.0517	3.0325	0.9593	1.1369
D2402	3.9911	2.0470	3.2132	0.9293	1.1345
D2403	4.4397	2.1462	3.2192	0.9586	1.1251
D2501	4.5463	3.0472	3.2296	1.6345	1.1943
D2502	4.7056	3.0466	3.2695	1.6214	1.1865
D2503	4.3265	3.2496	2.2956	1.7429	1.1793



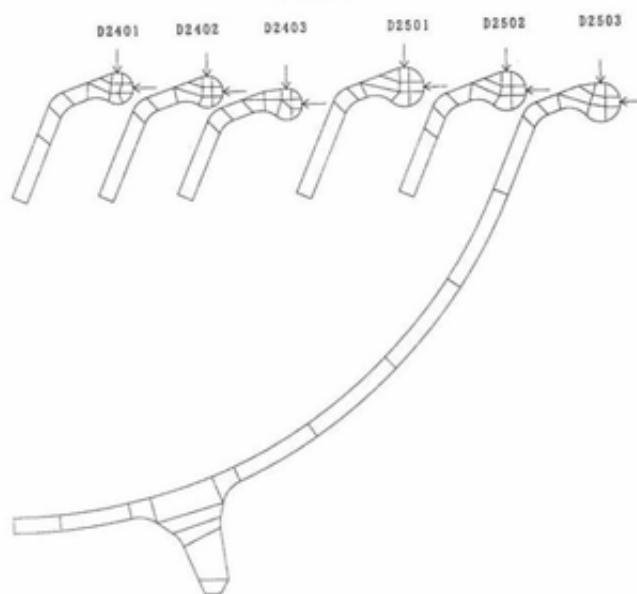
断面図 1



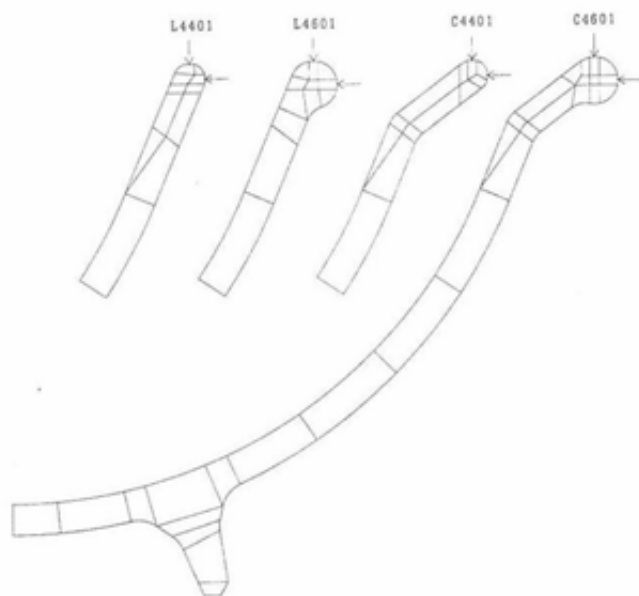
断面図 4



断面図 2



断面図 5



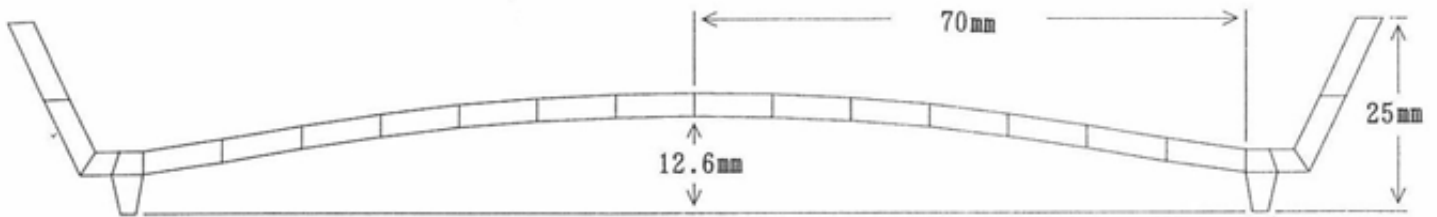
断面図 3

3.3 皿の焼成歪みのシミュレーション

陶磁器製品の焼成歪みは、主として自重による垂れが原因であるが、有限要素法解析では重力による変形のシミュレーションが可能のため、皿の中央部の垂れ歪みを打ち消すような成形形状を解析した。皿の石膏型を製作する場合、垂れにくくするための工夫として、皿中央部を薄く端の方を厚くするが、この研究では垂れの調整を課題としているため、むしろ垂れやすいように厚みはどこも3mmで一定にした。

陶磁器製品は、自重によって変形する温度で、弾性体としての特性を喪失するため、有限要素法線形静解析は高温焼成時の陶磁器の挙動を正確にシミュレートできない。しかし、シミュレート結果が、実際使用上問題のない程度の近似であると判断されるならば利用可能であり、その具体的な手順について検討した。

最初に、皿と同じ素地でできた棒状試験体を焼成し、そ



断面図6 皿の垂れ歪みを無くす成形体形状

の垂れと収縮を測定した。次に、その棒状試験体形状に対して実際焼成と同じ拘束を与え、静水圧と自重を加えるシミュレーションを実行し、垂れと収縮を算出させ、この二つの結果が同じとなるような仮想のヤング率と静水圧荷重を逆算した。ここで、完全に水平な底を持つ皿の形状を入力し、そのヤング率と静水圧荷重及び重力荷重のもとでどれだけの変形が生ずるかをシミュレートし、その変形を打ち消すような逆変形をモデルに加えて解析した。

実際には下に20mm垂れたら、10mm盛り上げるというように、半分の逆変形を加えてのシミュレーションを繰り返すことにより、5回のシミュレーションで目的の形状に到達した。この形状の皿を試作したところ、シミュレーションどおり

底の水平な皿を焼成することができた。断面図6は、その最終の成形体形状である。

4. 結 論

この研究により、以下のような成果を得た。

- (1) 有限要素法線形静解析によって衝撃強度を評価する方式を確立した。特に衝撃強度比較理論式を導出し実証した。
- (2) 喪失エネルギーを尺度とした衝撃試験に対しても、負荷される外力の大きさを尺度とした衝撃試験に対しても強くなる茶碗形状が設計できた。
- (3) 皿の垂れ歪みを無くす成形体形状の調整方法を確立した。