

高品質磁器素地の開発

— P法有限要素法による磁器製品の強度特性解析 —

倉地辰幸 荒木次夫 田中正洋

Technical Method for Porcelain of High Strength and High Quality
— Analysis of Strength for Porcelain by Polynomial Finite Element Method —

Tatsuyuki KURACHI, Tsugio ARAKI and Masahiro TANAKA

磁器製品の形状が、強度に与える影響を調べるためP法有限要素法による形状解析シミュレーションを行った。物体に荷重をかけると応力の分布が生ずるが、均質な物体であれば、最大主応力の発生部位から破壊が始まる。応力は、形状の変化が激しいほど荷重に対して敏感に反応し、特異的な集中現象を生じやすくなる。このため、磁器製品の強度向上には、できるだけ凹凸のない形状を目指すべきであり、茶碗については外側に荷重がかかる場合の方が多いため、球形を模すべきであることが明らかになった。

1. 緒言

有限要素法とは、「変形に対して無限の自由度を持つ物体を有限の自由度を持つ要素の集合体として近似し、この集合体に対して成立する連立一次方程式を解く。この解は近似解であるが、要素を細かく分割してゆけば正解に近づいてゆく」という考え方を基本としている¹⁾。現在では数学的に、より進んだ考え方がとられ、一次方程式を多次式にした理論が確立している。これはP(Polynomial)法と呼ばれ、従来法はP法と区別するためにh法と呼ばれる²⁾。

物体に荷重をかけると応力の分布が生ずる。均質な物体であるならば、最大主応力の発生位置から破壊が始まる。よって、ある荷重によって生ずる最大主応力値とその発生位置とを算出することが物体の破壊挙動を探る上で非常に重要である。たとえば曲げ試験における最大主応力の発生位置は非常に明確に指摘できるが、むしろ現実的にはこういう場合はまれである。複雑な形状に対する荷重シミュレーションは、わずかな形状の変化、ちょっとした荷重方向のゆらぎ、あるいは分割条件の変更によって全く違った応力分布を生み出す場合が多い。これは有限要素法に欠陥があるのではなく、現実には予断を許さないのである。むしろ有限要素法は非常に敏感に現実を模しているのだといえる。

そこで、今回の研究では、磁器製品の強度を形状の面から向上させることを目的として、P法有限要素法による形状解析シミュレーションを行った。

2. 実験方法

2.1 使用機器と材料定数

シミュレーションを行うための解析ソフトウェアとしてP法有限要素法(クボタソリッドテクノロジー社製MECHANICA Structure)を使用した。解析マシンはパーソナ

ルコンピュータ(日本電気製PC-9821Xa/C10W)を使用した。

材料定数としてはヤング率とポアソン比だけが解析結果に影響する。純粹に形状効果だけを比較するために、ヤング率は 7×10^{10} Pa、ポアソン比は0.3をそれぞれ設定した³⁾。

2.2 引っ張り試験と圧縮試験のシミュレーション

引っ張り強さ試験のモデルとして中央部が細く両端の太い全長120mmの円筒状の回転体を設定し、中央の応力集中部は $\phi 4$ mmとし、両端の保持部を $\phi 40$ mmとした。保持部は片面を完全拘束し、他方の面に1Paの荷重を設定した。

次に、圧縮強さ試験のモデルとして $\phi 5$ mm、高さ12.5mmの円柱を設定した。荷重は上下底面から1Paの荷重を設定した。

2.3 曲げ試験のシミュレーション

幅5mm、厚さ5mmで、支点間距離100mmの棒状試験体に3点曲げ荷重を負荷する。荷重は4Nを設定した(面対称条件を設定しているため1/4の面に1Nを負荷した。重ね合わせの原理が成立するため負荷荷重設定値は正負の区別をつけさえすればどのような値を入力してもかまわない)。

2.4 茶碗の形状解析

茶碗を標準形状、京型、井形と大きく3種類に分類してフチと胴体部に外側から荷重を加えるシミュレーションを行った。荷重は1mm \times 1mmの面に1Nの垂直荷重を設定した。

3. 実験結果及び考察

3.1 引っ張り試験と圧縮試験

引っ張り試験シミュレーションの解析結果は最大主応力

(引っ張りの最大値)が $1.0081 \times 10^3 \text{ Pa}$ であった。これは破壊荷重が $a \text{ Pa}$ であった場合、 $1.0081 a \times 10^3 \text{ Pa}$ の応力集中が生じていたということに相当する。その場合、引っ張り強さは $a \times 10^3 \text{ Pa}$ である。

圧縮試験シミュレーションの解析結果は、最大主応力が $1.1895 \times 10^{-1} \text{ Pa}$ であった。これは破壊荷重が $b \text{ Pa}$ であった場合、 $1.1895 b \times 10^{-1} \text{ Pa}$ の応力集中が生じていたということに相当する。その場合圧縮強さは $b \text{ Pa}$ である。また、圧縮応力の最大値は $4.2876 \times 10^{-1} \text{ Pa}$ であった。

以上の解析結果から次のようなことがいえる。

同じ材質であれば、試験体が破壊にいたる瞬間の最大主応力は一致するはずである。すなわち、 $1.0081 a \times 10^3 = 1.1895 b \times 10^{-1}$ である。つまり引っ張り強さに対する圧縮強さの比、 $b / (a \times 10^3) \approx 8.47$ ということである。これは一般にいわれているセラミックスの圧縮強さは引っ張り強さの約10倍(数倍から10倍程度)であるという経験則によく合致する¹⁾。

さらに圧縮強さ試験には二つの特徴があるといわれている。ひとつは試験体形状の高さと直径の比率によって圧縮強さが変動すること、もうひとつは同じ試験体形状に統一しても値がばらつくということである¹⁾。圧縮強さシミュレーションにおいて直径を $\phi 5 \text{ mm}$ に統一し、高さを 1 mm から 17 mm まで 1 mm ずつ変化させた。さらに高さ 6.5 mm と 12.5 mm のデータを加えた。最大主応力(引っ張り応力)の最大値は $1.1983 \times 10^{-1} \text{ Pa}$ (高さ 17 mm)であり、最小値は $8.6159 \times 10^{-2} \text{ Pa}$ (高さ 1 mm)であった。その比は 1.3908 であり、かなりの変動を見せた。これに対して最小主応力絶対値(圧縮応力)の最小値は $4.2833 \times 10^{-1} \text{ Pa}$ (高さ 3 mm)で、最大値は $4.2881 \times 10^{-1} \text{ Pa}$ (高さ 17 mm)となり、その比は 1.0011 でほとんど変化がなかった。これを図1に示す。

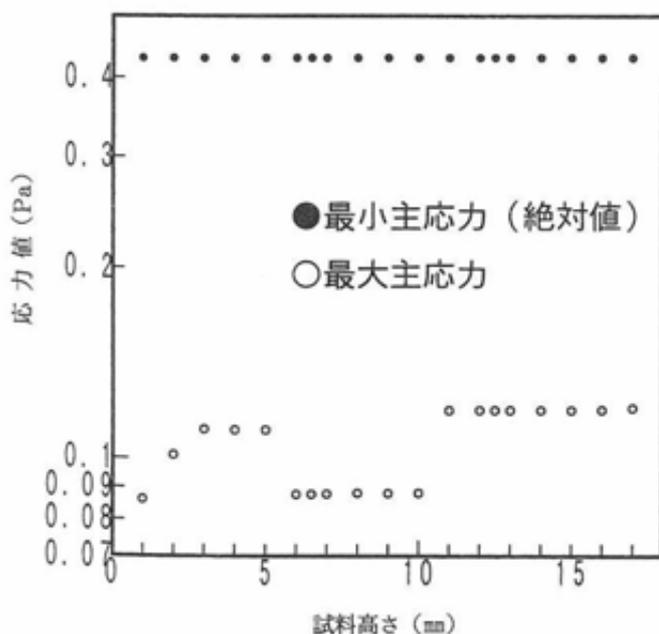


図1 圧縮試験体試料高さと応力値の関係

また、圧縮強さ試験シミュレーションにおける最大主応力値は、引っ張り強さ試験や曲げ強さ試験シミュレーションにおける最大主応力値に比べて解析精度指定値や要素分割による変動も大きく、不安定であった。これに対して最小主応力値はほとんど変動しなかった。これらのことから、圧縮強さ試験においても引っ張り応力が試験体を破壊していることが明確になった。つまり圧縮強さ試験はマクロ的にみれば圧縮荷重をかけているため、圧縮応力によって破壊されているかのように見えるが、実際には引っ張り応力によって破壊されているといえる。

3.2 曲げ試験

破壊荷重が $a \text{ N}$ の場合、曲げ強さの理論値は、 $1.2 a \times 10^6 \text{ Pa}$ である。シミュレーションによると、荷重負荷面の反対側に $1.1876 a \times 10^6 \text{ Pa}$ の最大主応力が生じた。このシミュレーションにおいては荷重負荷面に $2 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} = 10 \text{ mm}^2$ の面積を設定したため、理論値に比べてやや小さい値となっている。

この棒状試験体の厚みを 5 mm から 6 mm にする。破壊荷重が $b \text{ N}$ の場合、曲げ強さの理論値は $8.3333 b \times 10^6 \text{ Pa}$ である。シミュレーションによると、荷重負荷面の反対側に $8.2373 b \times 10^6 \text{ Pa}$ の最大主応力が生じた。ここで厚さ 5 mm と 6 mm の試験体の材質が同じであるなら、 $1.1876 a \times 10^6 = 8.2373 b \times 10^6$ となり、両者の破壊荷重の比 $b / a \approx 1.44$ ということになる(理論値から計算すると $6^2 / 5^2$ で丁度 1.44 である)。つまり試験体の厚みを 5 mm から 6 mm へ変えたと、破壊させるためには、 1.44 倍の荷重を負荷する必要があるということである。これは全体的に厚みを 1 mm 厚くした場合であるが、局部的に厚みを加えると次のようになる。

厚さ 5 mm の試験体に曲げ荷重を加えると、荷重負荷面の反対側に最大主応力が生じる。この応力集中部位を被うように直径 1 mm の半円柱状のふくらみを付加する。シミュレーションの結果、ふくらみの根本部分に $1.0518 \times 10^7 \text{ Pa}$ の最大主応力が生じた。破壊時の荷重を $c \text{ N}$ とすれば、 $2.6295 c \times 10^6 \text{ Pa}$ の最大主応力である。 a と c を比べると、 $1.1876 a \times 10^6 = 2.6295 c \times 10^6$ であり、 $c / a \approx 0.45$ である。半分以下の荷重で破壊されるということになる(この根本部分には応力集中を緩和するために半径 0.2 mm のフィレットが加えてある。フィレット半径が小さくなれば破壊荷重はさらに小さくなる)。このように厚みを加えても、その厚みの加え方や荷重位置、荷重方向によって強度が低下する場合がしばしばある。逆に言うと、強度を低下させずに、あるいは強度を向上させながら、軽量化を実現できる場合があることが判った。

3.3 茶碗の形状解析

茶碗の3つの形状を図2に示す。

いずれの形状も引っ張り応力はフチの方が胴体部より大きく、圧縮応力は胴体部の方がフチより大きいという結果になった。胴体部は厚みがあることに加えて、まわりの部分に支えられているため、引っ張り応力を生じにくい、

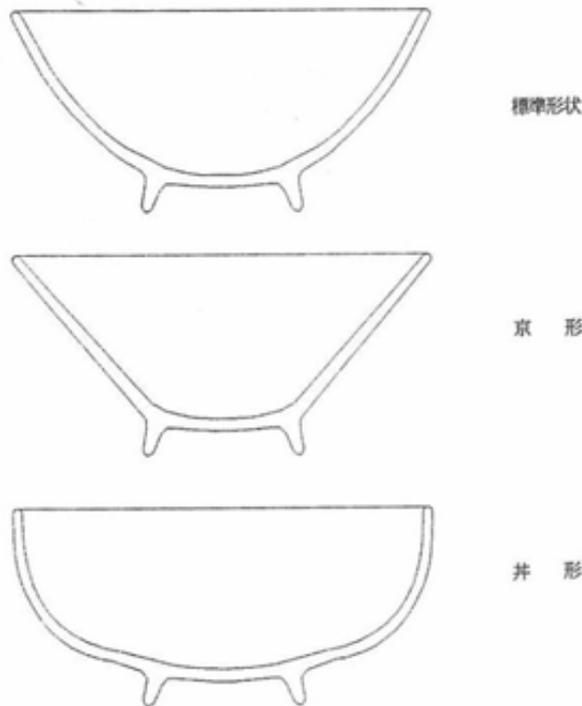


図2 茶碗の3形状

その分逃げ場がないので圧縮応力は大きくなる。破壊は引っ張り応力によって生ずるため、フチの方が弱いということになる。また、茶碗は高さ方向と水平方向においてそれぞれ曲率を持っているが、曲率半径の小さい部分は外からの力に対して強い。したがって、直線的な京形は外側からの力に対してまんべんなく弱い。標準形を膨らませた井形は曲率部分は強いが、直線的に立ち上がる場所は弱い。標準型は、より球に近いのでバラツキがなく無難である。ただし、内側から力を加えた場合強弱は逆転する。各形状と荷重付加部分、シミュレーションの結果生じた最大主応力と厚みの影響を単純補正した強さの比率をまとめたものを表1に示す。強さの比率は標準形状の胴体部を100とした相対値である。

茶碗や皿を形状によって強化しようという試みにおいては、複雑な形状を目指せば目指すほど、壊れやすくなるという危険性をはらんでいる。複雑な形状に対しては、小さな荷重が大きな集中応力を生じさせ、破壊につながる。

このため強度向上には、できるだけ凹凸のない形状を目指すべきであり、茶碗については内側に荷重がかかる場合より外側に荷重がかかる場合の方が多いため球形を模すべきである。

表1 茶碗形状と強さの比率

		厚み (mm)	最大主応力 (Pa)	強さの比率
胴 体 部	標準形状	3.60	3.3079×10^8	100
	京形	3.96	2.9375×10^8	93
	井形	3.76	2.2066×10^8	137
フ チ	標準形状	2.87	6.9759×10^8	75
	京形	2.87	8.5476×10^8	61
	井形	2.87	9.6597×10^8	54

4. 結 論

有限要素法による形状解析シミュレーションの結果、次のことが判明した。

- (1) 圧縮試験においても、試験体は引っ張り応力によって破壊されている。
- (2) 曲げ試験のシミュレーションによって示したように、局部的な厚みの付加は強度向上という面からは逆効果になる場合がある。
- (3) 茶碗の形状はできるだけ凹凸をなくし、球形を模すべきである。

文 献

- 1) 三好俊郎, “有限要素法入門”, 倍風館 (1978) P.2-3
- 2) ラズナ技術部, “Applied Structure Q&A”, ラズナ (1994) No.Theory-210-002
- 3) 窯業教育委員会, “セラミック化学”, 窯業協会 (1974) P.282
- 4) 西田俊彦, 安田榮一, “セラミックスの力学的特性評価”, 日刊工業新聞社 (1986) P.30