

研究論文

曲面形状の高精度三次元ベストフィット

松浦 勇*1

High Precise Three-dimensional Best-fit for Curved Surface

Isamu MATSUURA*1

Industrial Research Center*1

ベストフィットとは、曲面形状の評価の前処理として、設計形状と実測値とを重ね合わせる処理のことである。ベストフィットには様々な手法があるが、設計形状を点列で定義する方式では、補間誤差が問題となり、高精度な評価が困難である。本論文では曲面形状を数式により定義する方式を提案し、ソフトウェアを試作した。この方式の特徴は、任意の測定点に対応する設計形状上の点が数式により厳密に求められることであり、高精度な曲面形状の評価が可能である。形状評価の指標として形状偏差の二乗平均平方和を採用し、それを最小とするベストフィット処理を繰り返し最小二乗法により行った。シミュレーション実験により、提案手法の精度を調べた結果、実用上十分な計算精度であることを確認した。

1. はじめに

三次元測定機による曲面形状の測定では、一般的に、設計形状を離散的な点列で与え、その点を目標に曲面の座標測定を行う。この場合、実形状が設計形状から位置ずれしていると、測定点に対応する設計形状の座標値を求めるために何らかの補間操作が必要である。そのため、補間方式が適切でない場合や測定点間隔が広い場合、補間誤差が生じ測定精度が低下することがある。補間誤差を小さくするためには、測定点間隔を小さくする必要があるが、三次元的な曲面測定では、測定点数は測定点密度の二乗に比例し増加するため、多大な測定時間を要することになる。そこで、数式により曲面形状を定義することにより、補間操作の不要な曲面評価方式を提案する。

2. 実験方法

2.1 評価方式

対象曲面の形状偏差の代表的な評価方式には、各測定点の偏差の二乗平均平方和（RMS 値）による方式と、偏差の最大値（輪郭度：JIS B 0621）による方式とがある。本研究では、前者を採用し、最小二乗法による設計形状の当てはめ（ベストフィット）を行った。

2.2 最小二乗法によるベストフィット

ここでは、三次元測定機による測定を前提として、実形状を表す実測値点は、座標測定時のプローブ球中心座標とする。ベストフィットのために実形状の位置を移動し、その姿勢を回転した場合の各測定点の形状偏差 e_i は
$$e_i = N_i(TA_i - P_i) - R_p \quad (1)$$

とあらわされる¹⁾。ここで、

$A_i = [a_x^i \ a_y^i \ a_z^i \ 1]^T$: 実測値点

$P_i = [p_x^i \ p_y^i \ p_z^i \ 1]^T$: 対応する設計値点

$N_i = [n_x^i \ n_y^i \ n_z^i \ 1]^T$: 設計値単位法線ベクトル

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} : \text{座標変換行列}$$

R_p = プローブ球半径

である。2次元の場合を図1に示す。実形状の回転は、重心(j_x, j_y, j_z)を含み、各座標軸に平行な3直線を回転軸として、X軸、Y軸、Z軸の順に行い、その後、各座標軸方向に平行移動を行う。各移動量および回転量の大きさを、それぞれ、 $d_x, d_y, d_z, d_u, d_v, d_w$ とし、以後、移動回転量と呼ぶ。この場合の座標変換行列 T の各要素は、

$$T_{11} = \cos(d_w)\cos(d_v)$$

$$T_{21} = \sin(d_w)\cos(d_v)$$

$$T_{31} = -\sin(d_v)$$

$$T_{41} = \cos(d_w)\sin(d_v)\sin(d_u) - \sin(d_w)\cos(d_u)$$

$$T_{12} = \sin(d_w)\sin(d_v)\sin(d_u) + \cos(d_w)\cos(d_u)$$

$$T_{22} = \cos(d_v)\sin(d_u)$$

$$T_{32} = \cos(d_w)\sin(d_v)\cos(d_u) + \sin(d_w)\sin(d_u)$$

$$T_{42} = \sin(d_w)\sin(d_v)\cos(d_u) - \cos(d_w)\sin(d_u)$$

*1 産業技術センター 自動車・機械技術室

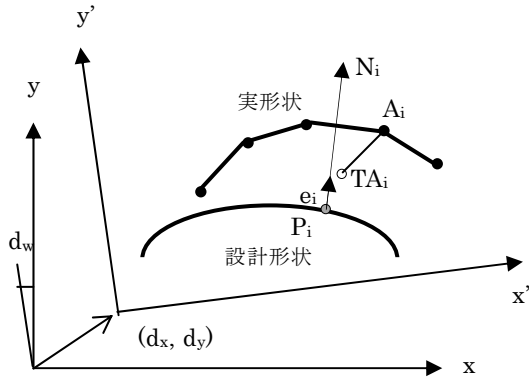


図1 移動回転後の測定点形状偏差

$$T_{13} = \cos(d_u)\cos(d_v)$$

$$T_{23} = -e_x j_x - f_x j_y - g_x j_z + d_x + j_z$$

$$T_{33} = -e_y j_x - f_y j_y - g_y j_z + d_y + j_y$$

$$T_{43} = -e_z j_x - f_z j_y - g_z j_z + d_z + j_z$$

となる。ここで、移動回転量が微小量の場合、 T は

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -d_w & d_v & d_w j_y - d_v j_z + d_x \\ d_w & 1 & -d_u & -d_w j_x + d_u j_z + d_y \\ -d_v & d_u & 1 & d_v j_x - d_u j_y + d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

と近似できる。この場合、(1)式の形状偏差 e_i は、

$$\begin{aligned} e_i = & n^x_i d_x + n^y_i d_y + n^z_i d_z \\ & + (n^y_i (-a^x_i + j_z) + n^z_i (a^y_i - j_y)) d_u \\ & + (n^x_i (a^z_i - j_z) + n^z_i (-a^x_i + j_x)) d_v \\ & + (n^x_i (-a^y_i + j_y) + n^y_i (a^x_i - j_x)) d_w \\ & + n^x_i (a^x_i - p^x_i) + n^y_i (a^y_i - p^y_i) + n^z_i (a^z_i - p^z_i) \\ & - R_p \end{aligned}$$

となる。 e_i は移動回転量の線形結合式で表されているので、最小二乗法により、移動回転量を求めることが可能である。

2.3 計算手順

移動回転量が微小の場合は、最小二乗法により計算できるので、以下の手順により、繰り返し最小二乗法に基づき、形状偏差二乗和の最小値を求める。

- [1] 移動回転量 D の初期値を計算し、設定する。
- [2] 設定された移動回転量に基づき、すべての実測値点を座標変換する。
- [3] 対応する設計値点と設計値単位法線ベクトルを計算する。
- [4] 各点の実測値点、設計値点、単位法線ベクトルを[2]式に代入し、最小二乗法により微小移動回転量 ΔD を求める。
- [5] ΔD が収束条件値以下ならば終了。
- [6] そうでなければ、 $D = D + \Delta D$ として、[2]へ戻る。

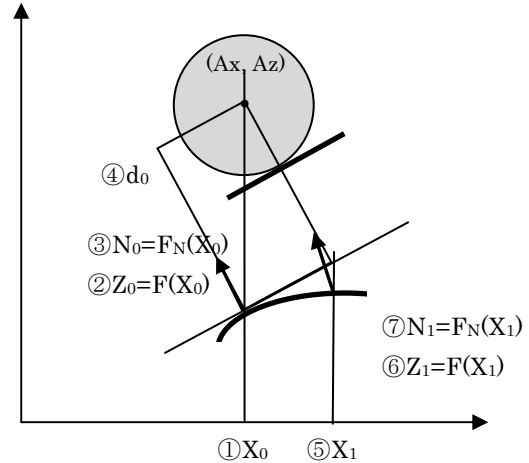


図2 接触点と設計値点の計算方法 (XZ断面)

この中で、各実測値点に対応する設計値点と法線方向は、形状定義関数を用いて、図2に示す①から⑦の手順で漸次的に計算する。形状定義関数は、 $z=f(x, y)$ の形で理論的な曲面を表す関数と、 $N=F_N(x, y)$ の形で法線ベクトルを表す関数を用意しておく。また、収束条件は重心から各測定点までの平均距離を R とすると、 $d_x^2 + d_y^2 + d_z^2 + R(d_u^2 + d_v^2 + d_w^2) < 0.0001(\text{mm})$ である。

2.4 点列定義方式による評価

一般的に広く行われている設計形状を離散的な点列で定義する方式を点列定義方式と呼び、提案した数式定義方式と点列定義方式とを比較するため、点列定義方式による評価プログラムも作成した。

点列定義方式において、任意の位置の実測値点に対応する設計値点を求めるための補間方式としては、平面補間、球面補間、スプライン曲面補間などが考えられるが、ここでは、測定点近傍を平面と仮定した平面補間方式を取り上げた。平面補間方式は、特性の異なる曲面や不連続な曲面が組み合わされていても補間誤差の変動が少ないことや、計算が簡単なことなどの特徴がある。

平面補間方式におけるベストフィット後の形状偏差は、(1)式の N_i 、 P_i を固定値である設計値点とすればよい。そして、2.3 の手順から実測値点に対応する設計値点と法線ベクトルを再計算する作業を省略した手順で最小二乗法によるベストフィット計算を行った。

3. 実験結果及び考察

3.1 補間誤差の影響

数式定義方式と平面補間方式で最小二乗法によるベストフィットを行い、補間誤差の影響を調べた。

測定データは、ガラスマスター球 ($\phi 15\text{mm}$ 、輪郭度 :

0.1 μm 、**図 3**) を設計上の正しい位置から 0.2mm 位置ずれた状態で設置し、頂点から最大 60 度の範囲に配置した 169 点を三次元測定機で座標測定して得た。

表 1 ベストフィット後の方法ごとの形状偏差

ベストフィットの方法	RMS(μm)
ベストフィット無し	121.2
平面補間方式	3.0
数式定義方式	0.7

ベストフィット無し、および、2 方式でベストフィットした後の RMS の値を**表 1**に示す。平面補間方式によるベストフィット後の形状偏差は 3.0 μmRMS で、補間誤差による評価精度の低下が認められた。数式定義方式によるベストフィット後の形状偏差は 0.7 μmRMS であった。

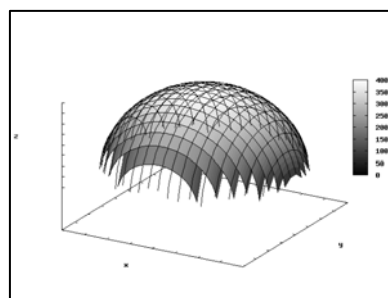


図 3 ガラスマスター球

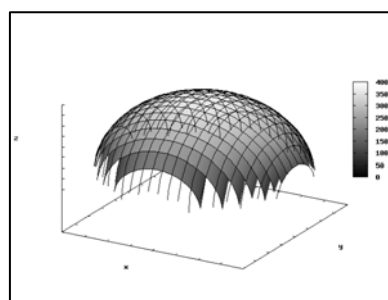
3.2 シミュレーションによる計算誤差の確認

4 種類の二次曲面形状 (**図 4**) に、3 方向の移動と 2 方向の傾きによる位置ずれを加え、シミュレーションデータを作成した。平均位置ずれ量は、0.003 から 0.32mm の範囲で 8 水準に設定し、各水準ごとにランダムな方向に移動回転した 100 データセットを用意した。

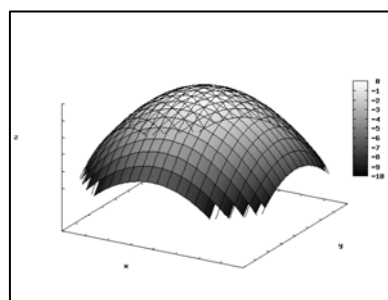
最小二乗法により求めた RMS 値の 100 データセットの中の最大値を**図 5**に示す。RMS 値は 10^{-4}mm 以下で十分な計算精度であることを確認した。また、繰り返し計算回数の最大は 3 回であり、すべてのデータセットに対して、計算が収束した。



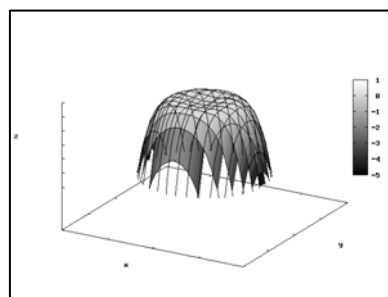
(A) 球



(B) 楕円面



(C) 放物面



(D)非球面

図 4 4 種類の 2 次曲面形状

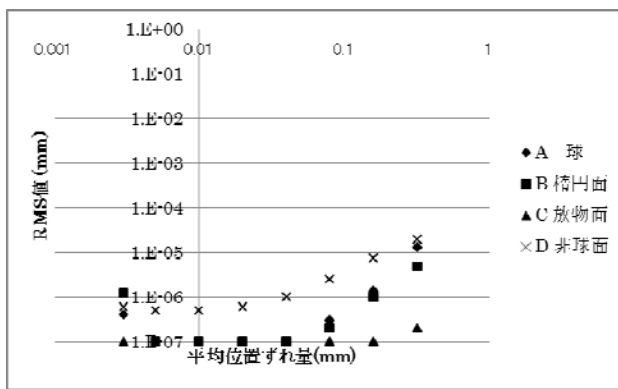


図5 計算精度

3.3. 実試料に対する測定評価

超精密切削加工した試料（半球）に対して提案手法を試みた。測定データは、試料（半球）を設計上の正しい位置から 0.1mm 位置ずれした状態で設置し、頂点から最大 60 度の範囲に配置した 107 点を三次元測定機で座標測定して得た。提案手法によりベストフィットを行った結果、9 回の繰り返し計算の後、収束することを確認した。測定の様子を図 6 に示す。

4. 結び

当センターにおいて、三次元測定機による曲面測定の問い合わせや依頼試験は、年々増加しており、その内容も高度化し、測定機に標準で内蔵されている機能だけで



図6 測定の様子

は、対応できない場合がある。本研究は、高精度な三次元曲面測定を効率的に行うために必要なものであり、今後、測定可能な曲面の種類を増やしながら、広く活用していきたい。

付記

本研究は、独立行政法人科学技術振興機構 平成 23 年度研究成果展開事業研究成果最適展開支援プログラム (A-STEP) フィージビリティスタディ【FS】ステージ探索タイプにより実施した。

文献

- 1) 山本昌治, 伊藤俊治, 山本紀一: 愛知県工業技術センター研究報告, **35**, 35 (1999)