

カオス評価指数を用いた織機張力変動の安定性評価

開発技術部 太田幸一、森実恵利

1. はじめに

近年の電子技術の発展に伴い、様々な機械がコンピュータにより自動制御化されているが、織機も多数の高性能のマイクロコンピュータが搭載され、搭載したコンピュータが条件設定を自動的に行う機能が備えられている。これらの機能は織機の稼働・品質を向上させることを目的としたものであり、熟練者の経験や知識、トライアンドエラーによる調整を必要としない。

さて、新製品開発の場面においては、製品開発に用いた織機とは異機種別の織機を用いて生産を行う場合が多々ある。この場合、開発に用いた織機がコンピュータを搭載しており、各種条件の設定を自動的に行った場合でも、後者の織機においても改めて調整をする必要がある。また、電子化されていない従来織機の調整においては、熟練者の経験・知識とトライアンドエラーに頼っているのが現状である。

これらの問題を解決するため、前報^[1,2]で製織条件決定を支援する装置（タイミングアナライザ）を開発し、織機の張力調整状態を高速フーリエ変換（FFT）^[3]で得られるパワースペクトルによる評価する方法、および張力変動曲線の相空間射影^[4-7]を用いた解析について検討を行った。その結果、パワースペクトルの分布形状や相空間射影軌道の収束度から張力調整の状態を評価可能であることを確認した。

しかし、上記の評価については、パワースペクトルの分布形状や、相空間射影軌道の収束状態などを目視により評価するという主観的な方法に頼らざるを得ず、この軌道のばらつきを客観的に評価するための手法を考える必要があった。

そこで、コンピュータで相空間射影軌道の収束度を求め張力の安定度を評価する手法として、カオス解析で使用されるリアプノフ（Lyapunov）

指数 λ 、リアプノフ次元 D_{KY} などのカオス性評価指数を求め、これらの結果から張力の安定度を評価する方法について検討を行った。

2. カオス評価指数による張力変動安定性の評価

前報^[1,2]において、張力変動曲線の相空間射影を用いた解析を用いて織機の張力調整状態を評価する方法について提案した。その結果、糸の張力変動について図1に示すような相空間射影を得ることができ、射影軌道の収束度から織機上での張力調整状態の安定度を評価できるものと考えた。しかし、相空間射影軌道の収束状態の判定は主観的な評価で行っており、収束状態の客観的な評価手法を確立する必要が生じた。

さて、この射影軌道は有限な空間に留まっており、一定の相空間上の運動に収束していると見られる。このように収束して落ち着く先の軌道はアトラクタ（attractor）と呼ばれる。アトラクタについての解析はカオス研究で頻繁に使用されており、いくつかの評価指標が提案されている。また、アトラクタ構造の評価指標はコンピュータに

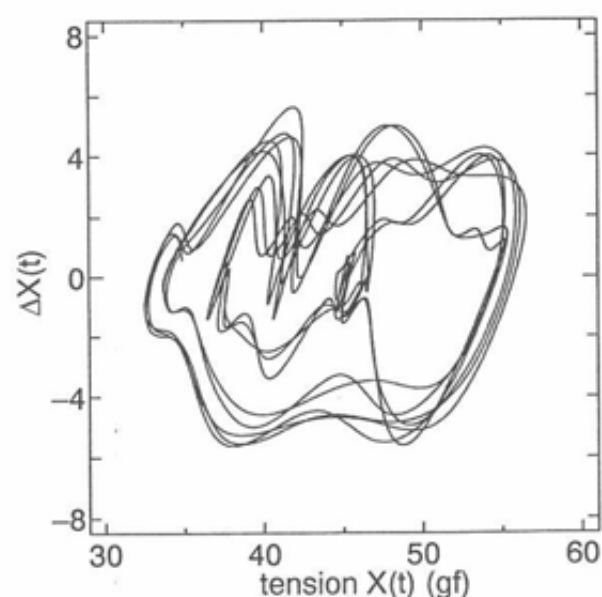


図1 張力変動の相空間射影
(測定データ No. # 3)

よる計算で求める方法が研究されている。実際に、人間の脈波が示すアトラクタからこれらの評価指標をコンピュータで求め、健康状態を管理する手法が提案されている^[9]。そこで、アトラクタ構造の評価指標を使用することで、相空間射影軌道の収束状態の判定をコンピュータで行うことができ、張力調整状態の評価が可能であると考えられる。

2.1 タケンスの埋め込み定理によるアトラクタの同定^[5,8]

カオス現象の研究で知られているアトラクタは、現象自体の関数表現が明らかにされているため、アトラクタも関数により表現することができ、アトラクタの構造を評価する指標についても式の誘導で求めることができる。一方、本研究で取り扱う張力変動は具体的な関数として表すことができないため、アトラクタが構成できるかどうかについても保証できないことになる。T. Takens^[8]は時系列データからアトラクタ構造を構成できることを示していることから、(タケンスの埋め込み定理) この定理を利用することで次のように時系列データを取り扱うことができ、アトラクタの構造を評価することができる。

観測した時系列データを $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$ とし、サンプリング間隔を τ とする。このとき、 m 次元空間内で点列を生成する。

$$\begin{aligned} V_0 &= (X_0, X_1, X_2, \dots, X_m) \\ V_1 &= (X_1, X_2, X_3, \dots, X_{m+1}) \\ V_2 &= (X_2, X_3, X_4, \dots, X_{m+2}) \\ &\dots\dots\dots \\ V_n &= (X_n, X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_{m+n}) \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

この点列は m 次元の空間内で軌跡を描くことになる。この操作は m 次元の空間への埋め込み (embedding) と呼ばれ、 m を埋め込み次元、 τ を遅れ時間と呼ぶ。これによりアトラクタの特徴が一つの信号より復元することができる。

2.2 リアプノフ指数によるカオス性の判定

2.2.1 リアプノフ指数

アトラクタの性質を表す定量的な指標の一つに、リアプノフ指数がある。

一般に、 m 次元の相空間上に表される軌道からは m 個のリアプノフ指数 λ_i ($i = 1, \dots, m, \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$) とを求めることができる。このとき、 m 個のリアプノフ指数の組をリアプノフスペクトルと呼ぶ。また、これらの m 個の値のうち最大の値のもの (λ_1) を最大リアプノフ指数 $\lambda_{\max}$ と呼び、 $\lambda_{\max} > 0$ の時、隣接した2つのアトラクタは時間経過に伴い発散していく。逆に $\lambda_{\max} < 0$ では2つのアトラクタは収束していく。

多くの場合、 $\lambda_{\max} > 0$ となるとき、その系はカオスであるといわれる。しかし、たとえ $\lambda_{\max} > 0$ であってもきわめて多次元の場合には少数次元のような系の複雑さがこの量のみで必ずしも示せるわけではない。

これらのことから、観測された張力変動からリアプノフ指数を求め、 $\lambda_{\max} > 0$ となるかどうかを確認することで張力変動の安定性を評価できると予想される。

2.2.2 リアプノフ指数算出プログラム

一次元写像で表される現象の場合は、その現象を表す関数形 $f(x)$ が正確にわかっているか、またはスプライン関数などにより近似的に与えられているので、微分 $f'(x)$ を用いてリアプノフ指数を容易に求めることができる。しかし、測定データの場合はアトラクタの構造が数式で与えられていないので、コンピュータを用いて軌道の離れ方を求めなければならない。この場合のリアプノフ指数の計算方法が佐野・沢田^[9]をはじめ多数の研究者により提案されている。今回は佐野・沢田の方法をもとにしてリアプノフ指数計算プログラムを作成した。

2.3 リアプノフ次元によるカオス性の判定^[7,12,13]

タケンスの定理で m 次元空間への埋め込みをされたアトラクタは複雑な構造をしており、一般に非整数の次元を持つフラクタル構造を持っている

とされる。

実験で得られた不規則データよりアトラクタの次元を求める。このとき、そのアトラクタの次元が小さければ、元々の系が多自由度であっても、運動は少数の変数で実質的に記述され得るものであることを示している。これにより、アトラクタの次元は、観察された現象が持つ変動が、熱雑音のような多自由度の乱雑さか、それとも少数自由度での不規則性かを判定することができ、少数自由度系の不規則性であればその現象がカオスであると認定することができる。様々なアトラクタの次元の計算法が提案されているが、ここでは、リアプノフ指数から求められるリアプノフ次元^[7,12,13]を評価対象として採用した。

アトラクタの次元はリアプノフ指数と関係しており、2次元写像の場合、リアプノフ次元は次式で定義される。

$$D = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (1)$$

また、一般化されたリアプノフ次元の式は、

$$D_{KY} = j + \frac{\sum_{i=1}^j \lambda_i}{|\lambda_{j+1}|} \quad (2)$$

となる。

2.4 カオス性判定プログラムの作成

マイクロソフト(株)製MS-Windows95上で動作し、タイミングアナライザで計測した張力変動データから上記の指標の算出を行うカオス性判定プログラムを作成した。なお、プログラムの作成はOMT法^[14]によるオブジェクト指向分析による結果を利用し、プログラミング言語にはボーランド(株)製Borland C++ ver.5.01を用いた。

2.5 カオス性判定プログラムの動作確認

作成したカオス性判定プログラムの動作確認を、既知のカオス系を用いて行った。

よく知られているカオス系の一つであるエノン(Hénon)写像^[15]は次式で定義される。

$$X_{i+1} = Y_{i+1} - aX_i^2, \quad Y_{i+1} = bX_i \quad (3)$$

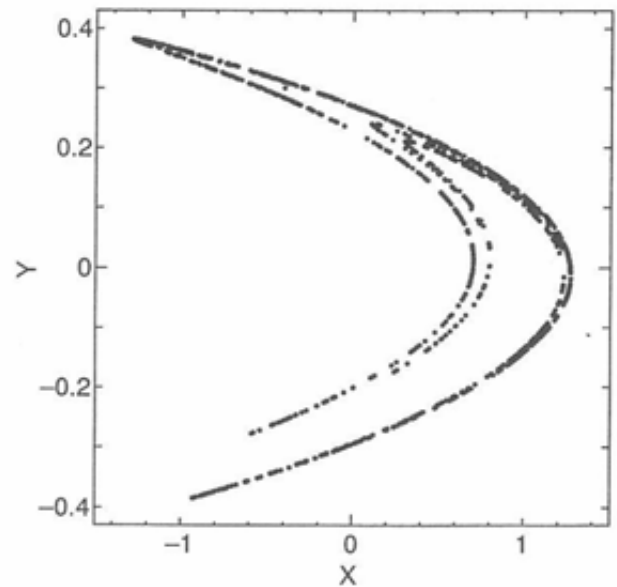


図2 エノン写像のストレンジアトラクタ

適当な初期値を与えて上式を解き、得られた点列 (X_{i+1}, Y_{i+1}) をプロットするとエノン写像のストレンジアトラクタが得られる。 $a = 1.4$ 、 $b = 0.3$ の時のエノン写像のストレンジアトラクタは図2のようになる。このエノン写像の2次元でのリアプノフ指数はそれぞれ $\lambda_1 = 0.417$ 、 $\lambda_2 = -1.58$ として求められている^[9]。また、(1)式より、リアプノフ次元 D_{KY} は1.26となる。

作成したプログラムを用いてエノン写像のリアプノフ指数を計算し、既知の値と比較した。計算結果を表1に示した。作成したプログラムによる計算結果は既知の値と近い値を示しており、リアプノフ指数の判定に使用可能であることを確認できた。

表1 エノン写像のリアプノフスペクトルとリアプノフ次元

	数値演算結果 (文献[9])	作成プログラム 計算結果
λ_1	0.417	0.4312
λ_2	-1.58	-1.583
D_{KY}	1.26	1.27

表2 測定および処理条件

測定No.	測定対象	素材	織機	織機回転数 (rpm)	サンプリング 周波数(Hz)	測定点数	遅れ時間 τ (sec)	備考
#2	タテ糸	綿	平野 ES-10	118	204.8	20000	0.3125	織機調整中
#3	タテ糸	綿	平野 ES-10	118	200	20000	0.320	織機調整後
#3-b	タテ糸	綿	平野 ES-10	118	200	20000	0.320	織機調整後
#10	ヨコ糸	綿	平岩 HSA40-160	120	100	60000	0.640	
#12	ヨコ糸	綿 (活性炭コーティング) ¹⁾	平岩 HSA40-160	120	100	60000	0.640	ヨコ糸停止
#1014	ヨコ糸	PLLA ²⁾	平野 ES-10	60	102.4	16384	0.625	ヨコ糸停止
#1016	ヨコ糸	PLLA	平野 ES-10	60	102.4	61440	0.625	
#1017	ヨコ糸	PLLA	平野 ES-10	60	102.4	61440	0.625	
#1021	ヨコ糸	PBS ³⁾	平野 ES-10	60	102.4	12032	0.625	ヨコ糸停止
#1023	ヨコ糸	PBS	平野 ES-10	60	102.4	61440	0.625	
#1024	ヨコ糸	PBS	平野 ES-10	60	102.4	61440	0.625	

1) 文献[16]

2) PLLA: ポリ乳酸モノフィラメント

3) PBS: ポリブチレンサクシネートモノフィラメント

表3 算出結果

測定No.	$m=2$			$m=3$			
	λ_1	λ_2	D_{KY}	λ_1	λ_2	λ_3	D_{KY}
#2	0.662	-0.418	2.58	0.865	0.111	-0.530	3.84
#3	1.567	-0.273	6.74	2.104	0.120	-0.462	4.36
#3-b	1.209	-0.194	7.23	1.180	0.151	-0.639	4.08
#10	0.758	-0.247	4.07	0.899	0.093	-0.991	2.81
#12	0.926	-0.947	1.98	0.443	0.155	-1.187	2.24
#1014	0.711	-0.565	2.26	1.202	0.390	-0.400	2.79
#1016	0.911	-0.406	3.24	1.775	0.247	0.694	4.91
#1017	1.041	-0.345	4.02	1.722	0.396	-0.520	6.07
#1021	-0.312	-0.417	0.25	-0.194	-0.318	-0.665	0.23
#1023	0.753	-0.435	2.73	1.320	0.296	-0.488	5.86
#1024	0.638	-0.426	2.50	1.308	0.246	-0.623	4.50

3. 実験および結果

前報¹⁾で開発したタイミングアナライザを使用し、1本のタテ糸ないしヨコ糸の張力変動の測定を行った。織機は平野工機(株)製ES-10および(株)平岩鉄工所製HSA40-160を使用した。後者はヨコ糸3色使いの条件で試織を行い、その内のヨコ糸1本に対し測定を行った。この測定した張力変動信号に対し、作成したカオス性判定プログラムにて処理を行い、埋め込み次元 $m=2$ および

$m=3$ の時のリアプノフ指数 λ_i およびリアプノフ次元 D_{KY} を算出した。ヨコ糸停止などにより織機が停止した場合については、停止する直前までのデータを使用し解析を行った。測定および処理条件を表2に、算出結果を表3に示した。

織機の停止が生じなかったものは、タテ糸またはヨコ糸の問題で織機停止を起こしたものに比べ、 λ_{max} 、 D_{KY} ともに比較的大きな値を示していた。

また、織機の張力調整が適切に行われている場合、張力変動曲線は安定しており、逆に張力調整が不適切な場合、張力変動曲線は不安定である。これから、張力変動のカオス性評価を行った場合、張力調整がとれている場合では $\lambda_{max} < 0$ となり、カオス的な特徴は現れないものと予想していた。同時に、不適切な場合には $\lambda_{max} > 0$ となり、カオスの特徴が現れるものと予想した。しかし、結果は予想と異なり、# 1021を除きほとんどの場合で $\lambda_{max} > 0$ となっていた。

4. 考 察

4.1 カオス評価指数による評価

織機の停止が生じなかったものが織機停止を起こしたものに比べ、 λ_{max} 、 D_{KY} ともに相対的に大きな値を示していたことから、 λ_{max} 、および D_{KY} の大小で張力変動の安定性を評価することができると思われる。

最大リアプノフ指数 λ_{max} については、ほとんどの場合で $\lambda_{max} > 0$ となっていた。一般に、 $\lambda_{max} > 0$ であればカオスの要素が含まれるとされるが、たとえ $\lambda_{max} > 0$ であってもきわめて多次元の場合にはカオスであるとは言い切れない。織機停止が生じなかったものについては D_{KY} は大きな次元となっているため、これらの現象についてはカオス現象を示しているわけではないと考えられる。

ヨコ糸停止が発生したもの（# 12、# 1014）については、 $\lambda_{max} > 0$ となっていること、 D_{KY} は比較的小さな2次元と3次元の中間の非整数次元となっていることから、少数自由度での不規則性を示すカオスの特徴を有している現象であると考えられる。

なお、# 1021のみ $\lambda_{max} < 0$ となっている点については、後述する算出パラメータの影響も考えられないため、原因については今後の検討が必要とされる。

4.2 算出パラメータの影響

リアプノフ指数を計算するに際し、遅れ時間 τ や埋め込み次元 m は観測データに対し適当な値を与える必要がある。 τ は原理的には任意の大きさ

をとることができるが、あまりにも小さいと軌道が直線状となり、その特徴が判定しづらくなる。また、あまり大きな値をとると不必要な誤差を多く取り入れてしまう。経験的には平均周期の数分の1にとるとよいとされている。今回の実験では測定データに対し64点間隔に相当する時間を τ としたが、いずれの場合についても織機の回転に伴う基本周波数 $f_b^{[1]}$ に対して2倍前後の周波数に相当する間隔を τ としているため、上記の条件を十分満たしていると考えられる。

また、埋め込み次元 m については、不規則波形の場合については少なくとも3以上である必要があるが、一般にはアトラクタの相関次元^[7,10,11]が一定の値に落ち着くところがよいとされている。測定No. # 10の埋め込み次元4次以上のリアプノフ指数の計算を行ったところ、図3に示すように、4次以上の場合でも最大リアプノフ指数 λ_{max} の値に変化は見られなかったことから、3次程度の埋め込み次元で判定しても問題ないと考えられる。

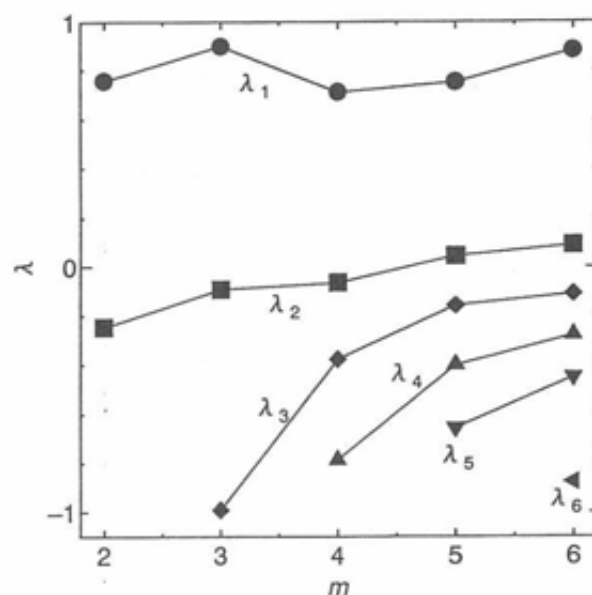


図3 埋め込み次元 m とリアプノフスペクトル

4.3 計算コスト

表4に測定No. # 1023のPC/AT互換機（CPU Pentium 200MHz、128MByteメモリ）上での計算処理時間を示す。サンプリング周波数102.4 Hz、61440点（約10分間）の張力変動データを $\tau = 0.625\text{sec}$ の条件でリアプノフ指数の演算を

行った場合、30分前後の演算時間を必要とした。これは、佐野・沢田の手法では、上記の条件下において900個前後の多次元ベクトルを張力変動データから作成し、各ベクトル相互間の距離の判定と、逆行列演算を行うことから、リアプノフ指数の計算に莫大な計算コストが必要となっている。現在のシステムによる計算では十分な処理スピードが得られていないが、CPUを複数搭載し、並列処理を行うマルチプロセッサ型のコンピュータやDSPなどを利用した専用のハードウェアを作成することで計算処理の短縮化を図ることができ、より短時間での判定に対応できるものと考えられる。

表4 リアプノフ指数の計算時間

埋め込み次元	計算時間
m	(min)
2	24.56
3	31.51

4.4 コンピュータによる製織性の自動判定

リアプノフ次元の大小で張力変動の安定性を比較可能であることが確認できたが、実際の製織性の良否判定では $\lambda_{\max}$ や D_{KY} に対し判定の基準となるしきい値を決定する必要がある。しかし、今回の結果からは、はっきりとしたしきい値を見いだすことができなかった。「製織性」自体があいまいな量であるため、ファジィ推論による判定が有効だと考えられる。

5. ま と め

織機の張力調整状態をコンピュータで評価する方法として、リアプノフ指数 λ_i 、リアプノフ次元 D_{KY} などのカオス性評価指数を用い、張力変動の安定性を評価する方法について検討を行った。その結果、織機の停止が生じなかったものは、タテ糸またはヨコ糸の問題で織機停止を起こしたものに比べ、最大リアプノフ指数 $\lambda_{\max}$ 、リアプノフ次元 D_{KY} ともに比較的大きな値を示すことが分かっ

た。リアプノフ指数の計算に莫大な計算コストが必要となるものの、これらの指数を用いることで糸張力調整の状態が評価可能であることを確認した。

文 献

1. 太田幸一, 森実恵利, 三河繊維研究資料, **246**, 33 (1995)
2. 太田幸一, 森実恵利, 三河繊維研究資料, **247**, 19 (1996)
3. J. W. Cooley and J. W. Tukey, *Mathematics of Computation*, **19** (90), 279 (1965)
4. R. H. Abraham, C. D. Shaw, 東保訳「図解カオス入門 (準備編)」, 現代数学社 (1995)
5. 合原一幸, 五百旗頭正編著, 「カオス応用システム」, 朝倉書店 (1995)
6. P. Bergé, Y. Pomeau, Ch. Vidal, 相澤洋二訳, 「カオスの中の秩序」, 産業図書 (1992)
7. 長島弘幸, 馬場良和, 「カオス入門」, 培風館 (1992)
8. F. Takens, *Lect. Notes. in Math.*, **898**, 366 (1981)
9. M. Sano and Y. Sawada, *Phys. Rev. Letters*, **55**, 1082 (1985)
10. P. Grassberger and I. Procaccia, *Phys. Rev. Letters*, **50**, 346 (1983)
11. 徳永隆治, 「フラクタル」, ジャストシステム (1993)
12. J. D. Farmer, E. Ott and J. A. Yorke, *Physica*, **7D**, 153 (1983)
13. J. L. Kaplan and J. A. Yorke, *Lect. Notes. in Math.*, **730**, 228 (1978)
14. J. Rumbauhg et. al., 羽生田栄一監訳, 「オブジェクト指向方法論 OMT」, トッパン (1992)
15. M. Hénon, *Commun. Math. Phys.*, **50**, 69 (1976)
16. 斉藤秀夫, 加藤八郎, 三河繊維研究資料, **246**, 21 (1995)